**Solution 11 :**

**A.** 1°/ a) $D_f = \mathbf{R}$

$f$ est dérivable sur $\mathbf{R}$ car $f$ est une fonction rationnelle.

$$\forall x \in \mathbf{R},\ f'(x) = \frac{(3x^2+4x+3)(x^2+3)-2x(x^3+2x^2+3x-2)}{(x^2+3)^2}$$

$$\forall x \in \mathbf{R},\ f'(x) = \frac{x^4+6x^2+16x+9}{(x^2+3)^2}$$

or $(x+1)^2(x^2-2x+9) = (x^2+2x+1)(x^2-2x+9) = x^4+6x^2+16x+9$

d'où $\forall x \in \mathbf{R},\ f'(x) = \frac{(x+1)^2(x^2-2x+9)}{(x^2+3)^2}$

2°/

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $-1$ | ↗ | $+\infty$ |

3°/a) $ax+b+\frac{c}{x^2+3} = \frac{ax^3+bx^2+3ax+3b+c}{x^2+3} = f(x)$

d'où $\begin{cases} a=1 \\ b=2 \\ c=-8 \end{cases}$ d'où $\forall x \in \mathbf{R},\ f(x) = x+2-\frac{8}{x^2+3}$.

b) $f(x)-(x+2) = \frac{-8}{x^2+3}$ et $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{-8}{x^2+3} = 0$

donc la droite $\Delta : y = x+2$ est une asymptote oblique à $(\mathcal{C})$ au voisinage de $\pm\infty$.

4°/ $h(x) = f(x)-y = f(x)-(x+2) = \frac{-8}{x^2+3} < 0$ d'où $(\mathcal{C})$ est au dessous de $\Delta$.

5°/a) $T : y = f'(0)x + f(0)$ or $f(0) = \frac{-2}{3}$ et $f'(0) = 1$ donc T: $y = x - \frac{2}{3}$.

b) $\Delta : y = x+2$. T et $\Delta$ ont même coefficient directeur donc T // $\Delta$.